Лекция 6. Сложные суждения

Сложными суждениями называются такие суждения, в состав которых входит несколько субъектов и/или несколько предикатов. Таким образом, сложные суждения состоят из нескольких простых. Если представить структуру сложного суждения в субъектно-предикатной форме, то получим следующие **варианты** формул для сложных суждений: «S_1, S_2 ... S_n есть P», «S есть P_1 P_2 ... P_n», «S_1 есть P_1, S_2есть P_2, … S_n есть P_n». Например, «Лондон и Париж — столицы европейских государств»; «Париж — столица Франции и один из старейших городов Европы»; «Париж — столица Франции, а Лондон — столица Великобритании». Для выражения сложных суждений в языке используются сложные предложения с сочинительной связью или условные предложения, а также простые предложения с однородными членами.

Сущность сложного суждения выражается не характером связи между субъектом и предикатом, а отношением между простыми суждениями, входящими в состав сложного. Тип сложного суждения определяется по значению логической связки, соединяющей простые суждения в его составе. Существует четыре типа сложных суждений: *суждения конъюнктивные (соединительные), дизъюнктивные (разделительные), импликативные (условные) и суждения эквивалентности (равнозначные)*. Типы сложных суждений и отношения между ними представлены в математической логике в форме логического исчисления — исчисления высказываний (пропозициональная логика).

Конъюнкция — соединительная логическая связь, логический союз «и». Для обозначения конъюнкции используются знаки $\wedge$, &, ●: ($A \wedge B$). В языке конъюнкция выражается союзами и союзными словами: «и», «а», «но», «да», «то... то», «не то... не то», «также», «тоже», «так же, как и...» и т. п. Логическое содержание конъюнкции выражает не грамматический эквивалент, а семантическая таблица истинности. **Таблица истинности** была разработана Джорджем Булем во второй половине XIX века для алгебраизации логики. **Алгебра**

логики (булева алгебра) — это раздел математики, возникший в XIX веке благодаря усилиям английского математика Джорджа Буля. Определенное время булева алгебра не имела практического значения. Однако уже в XX веке ее положения нашли применение в описании функционирования и разработке различных электронных схем. Законы и аппарат алгебры логики стал использоваться при проектировании различных частей компьютеров (память, процессор). С помощью алгебры логики компьютеры научились совершать логические операции. Д. Буль использовал понятие логической переменной, а высказывание могло принимать два значение — истина и ложь. Для одного высказывания таблица истинности принимает вид одного столбца (Рис. 15).

Для двух высказываний имеем четыре возможных варианта, для трех — восемь, для n высказываний получаем формулу 2^n, где 2 — количество значений, которое может принять высказывание, в классической логике их два — истина и ложь, в неклассических логиках может быть несколько значений (трехзначная и многозначные логики), n — количество высказываний (суждений). При большом потоке суждений (информации) обработать его может только компьютер, что он и делает с помощью алгебры логики.

В таблице истинности представлена зависимость значений истинности (ложности) сложного конъюнктивного суждения от значений истинности (ложности) составляющих его простых суждений.

А
и
л

А	**В**
и	и
и	л
л	и
л	л

А	**В**	**С**
и	и	и
и	и	л
и	л	и
л	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	и
л	л	л

Рис. 15. Варианты таблицы истинности для одного, двух и трех суждений.

Конъюнкция является очень сильной логической связкой: она имеет значение «истина» только в одном случае, когда оба составляющих простых суждения истинны, и значение «ложь» во всех остальных случаях. Рассмотрим пример: «У меня есть книга и тетрадь» (A $\wedge$ B).

Это суждение истинно в том случае, когда истинно, что у меня есть книга, и истинно, что у меня есть тетрадь; это суждение ложно в трех случаях: когда у меня есть книга, но нет тетради, когда у меня нет книги, но есть тетрадь, и когда у меня нет ни книги, ни тетради. *Конъюнкция — связка симметричная, т. е. компоненты ее можно менять местами:* (A$\wedge$ B) ≡ (B $\wedge$ A); *и открытая, т. е. в сложное конъюнктивное суждение можно включать другие суждения.* Например, эквивалентными будут выражения: «У меня есть книга и тетрадь» и «У меня есть тетрадь и книга»; возможно также присоединение к этому суждению новых компонентов: «У меня есть книга, тетрадь, ручка, карандаш...».

Связь между простыми суждениями в составе конъюнктивного суждения является формальной, а не содержательной. Это значит, что составляющие суждения могут быть не связаны по смыслу, конъюнкция выражает лишь зависимость значений истинности-ложности сложного суждения от значений истинности-ложности составляющих.

Табл. 2. Истинность сложных суждений.

A	B	(A$\wedge$B)	(A $\vee$ B)	(A$\dot{\vee}$B)	(A→B)	(A≡B)
и	и	и	и	л	и	и
и	л	л	и	и	л	л
л	и	л	и	и	и	л
л	л	л	л	л	и	и

Дизъюнкция — логическая разделительная связка, логический союз «или»; обозначается $\vee$, $\dot{\vee}$. В естественном языке дизъюнкция выражается союзами «или», «либо», «то... то», «не то... не то» и т. п. *Различают два вида дизъюнкции — строгую* $\dot{\vee}$ *и соединительную*$\vee$.Компоненты строгой дизъюнкции взаимно исключают друг друга и не могут существовать одновременно. Строгая дизъюнкция подчиняется закону исключенного третьего. В семантической таблице строгая дизъюнкция имеет значение «истина» только при различных значениях составляющих и имеет значение «ложь» при одинаковых значениях входящих в нее простых суждений, т. е. когда оба компонента истинны или оба ложны. Например, «Сегодня среда или четверг». Это дизъюнктивное суждение истинно только в том случае, когда истинно одно из составляющих, т. е. действительно «Сегодня среда» или действительно «Сегодня четверг»; и ложно, если мы скажем «Сегодня среда и четверг» или «Сегодня не среда и не четверг».

Вторая разновидность дизъюнкции — нестрогая, или соединительная; дизъюнктивное суждение в этом случае называют соединительно-разделительным. В этой дизъюнкции не выполняется закон исключенного третьего, т. е. ее члены (дизъюнкты) могут сосуществовать одновременно. Например, «Вечером я буду читать книгу или смотреть телевизор». В семантической таблице представлены значения истинности-ложности дизъюнкции при различных комбинациях значений составляющих: когда оба составляющих простых суждения истинны, то нестрогая дизъюнкция истинна, т. е. я одновременно, в один и тот же вечер могу и читать книгу и смотреть телевизор; если одно из составляющих простых суждений истинно, то дизъюнкция также истинна, т. е. я делаю что-то одно: или читаю книгу, или смотрю телевизор; если же оба составляющих простых суждения ложны, то дизъюнкция ложна, т. е я не читаю книгу и не смотрю телевизор.

Как и конъюнкция, *дизъюнкция является симметричной связкой; это значит, ее компоненты можно менять местами. Дизъюнкция — открытая связка, т. е. к дизъюнктивному суждению можно добавлять новые простые суждения.* Дизъюнкция также является формальной связкой: она устанавливает определенную зависимость между значениями истинности-ложности сложного суждения и простых суждений, входящих в его состав, но содержательная связь между компонентами дизъюнкции необязательна.

Импликация — разновидность сложного условного суждения. В логической символике для обозначения импликации применяются знаки $\rightarrow$, $\supset$. В натуральном языке импликация выражается союзами и союзными словами «если... то», «так как», «поэтому», «вследствие этого», «потому что», «следовательно» и т. п. В импликации отражается связь между причиной и ее следствием или действием, а также связь основания и следствия. Импликация широко используется в практике познания и мышления, поскольку причинно-следственные связи — наиболее важный и распространенный вид объективных связей.

В отличие от конъюнкции и дизъюнкции, *импликация не является симметричной связкой, ее компоненты нельзя менять местами. Компоненты импликации носят название основание (антецедент) и следствие (консеквент).* Основание — простое суждение в составе сложного импликативного суждения, стоящее после союза «если»; следствие — простое суждение в составе импликативного, стоящее после союза «то». Например: «Если студент успешно сдал сессию, то ему назначается стипендия». Основание — «Студент успешно сдал сессию», следствие — «Студенту назначается стипендия», «если... то» — импликативный союз. Материальная импликация — разновидность условного суждения; кроме нее существуют и другие типы условных суждений. В структуре материальной импликации отражается не только содержательная связь причины и следствия, но и формальная зависимость между необходимыми и достаточными условиями.

Материальная импликация определяется как такая логическая связь, при которой основание содержит достаточные условия для следствия, в то время как следствие является необходимым для основания. Напомним, что A достаточно для B, если и только если истинность A непосредственно влечет за собой истинность B: A(и) $\rightarrow$ B(и). B необходимо для A, если и только если ложность B непосредственно влечет за собой ложность A: B(л) $\rightarrow$ A(л). Таким образом, семантическая таблица для материальной импликации устанавливает следующую зависимость между импликацией и ее компонентами: импликация истинна в трех случаях — при истинности основания и следствия, при ложности основания и следствия, при ложности основания и истинности следствия и ложна лишь в одном случае — при истинности основания и ложности следствия. Например, приведенное выше суждение «Если студент успешно сдал сессию, то ему назначается стипендия» становится ложным только тогда, когда он успешно сдал сессию, а стипендию ему не назначили.

Эквивалентность — логическая связка, с помощью которой образуется сложное суждение, имеющее значение «истина» при одинаковых значениях составляющих простых суждений и значение «ложь», когда значения составляющих простых суждений являются различными. Эквивалентность обозначается знаком ≡. В натуральном языке эквивалентность выражается союзами «если, и только если..., то», «только в том случае, когда...» и т. п. *По логической структуре эквивалентность представляет собой конъюнкцию двух импликаций*: $(A \equiv B) \equiv ((A \to B) \wedge (B \to A))$.

Эквивалентность — связка симметричная, но закрытая. Каждое простое суждение в составе суждения эквивалентности представляет собой единство необходимых и достаточных условий: А необходимо и достаточно для В, В необходимо и достаточно для А. Например, «Только если рельефы частей совпадают, то эти части принадлежат одному предмету» (А = В). Это суждение истинно в том случае, когда действительно рельефы совпадают и действительно части принадлежат одному предмету, или когда рельефы не совпадают и части не принадлежат одному предмету; это суждение ложно, если рельефы совпадают, а части принадлежат разным предметам и если рельефы не совпадают, а части принадлежат одному предмету. Таким образом, условие совпадения рельефов является необходимым и достаточным для утверждения, что части принадлежат одному предмету, равно как и принадлежность частей одному предмету необходима и достаточна для утверждения о том, что рельефы этих частей должны совпадать.

Отношения между сложными суждениями. Отрицание сложных суждений

Свойства сложных суждений являются основаниями для утверждения определенных отношений между ними. Прежде всего следует отметить, что конъюнкция и дизъюнкция подчиняются трем логическим законам: ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности. Закон коммутативности определяется свойством симметричности; он утверждает, что компоненты конъюнкции и дизъюнкции можно менять местами, валентное значение суждения при этом не меняется. Закон ассоциативности утверждает, что компоненты конъюнкции или дизъюнкции можно группировать произвольным образом, валентное значение сложного суждения не меняется. Закон дистрибутивности (разделительный закон) утверждает, что если логическая формула содержит в себе суждения, связанные конъюнкцией и дизъюнкцией, то эту формулу можно преобразовать таким образом, что она будет представлять конъюнкцию дизъюнкций или дизъюнкцию конъюнкций, валентное значение формулы при этом не меняется.

закон коммутативности: $(A \wedge B) = (B \wedge A)$; $(A \vee B) = (B \vee A)$

закон ассоциативности: $((A \wedge B) \wedge C) = (A \wedge (B \wedge C))$

$((A \vee B) \vee C) = (A \vee (B \vee C))$

закон дистрибутивности: $((A \wedge B) \vee C) = ((A \vee C) \wedge (B \vee C))$

$((A \vee B) \wedge C) = ((A \wedge C) \vee (B \wedge C))$

правило двойного отрицания: двойное отрицание А эквивалентно его утверждению: не-(не-А) ≡ А,

$\overline{\overline{A}} \equiv A$

Зависимость между валентными значениями различных типов сложных суждений позволяет установить эквивалентность между утвердительными и отрицательными формулами сложных суждений. Два сложных суждения взаимно отрицают друг друга, если они различаются количественными и качественными характеристиками и значениями валентности.

Отрицание сложных суждений выражается эквивалентными преобразованиями, каждое из которых представляет закон логики, или всегда истинную формулу. Правильность эквивалентного преобразования устанавливается с помощью семантической таблицы.

Отрицание конъюнкции: не-$(A \wedge B) \equiv$ (не-А $\vee$ не-В); Неверно, что (А и В) эквивалентно (не-А или не-В); отрицание конъюнкции эквивалентно дизъюнкции отрицаний составляющих.

Отрицание дизъюнкции: не-(А $\vee$В)≡ (не-А$\wedge$не-В); Неверно, что (А или В) эквивалентно (не-А и не-В); отрицание дизъюнкции эквивалентно конъюнкции отрицаний составляющих.

Отрицание импликации: не-(А $\rightarrow$ В) ≡ (А $\vee$ не-В), Неверно, что (если А, то В) эквивалентно (А и не-В); отрицание импликации эквивалентно утверждению ее основания и отрицанию следствия.

Отрицание эквивалентности: не-(А≡ В) ≡ (А $\dot{\vee}$ В); Неверно, что (А эквивалентно В) эквивалентно (либо А, либо В); отрицание эквивалентности эквивалентно строгой дизъюнкции.

Каждая из этих формул представляет собой закон логики и проверяется с помощью семантической таблицы. Таблица строится таким образом: в верхней строке вписываются формулы в той последовательности, в какой они стоят в данном выражении; для каждой формулы заполняются соответствующие столбцы; если все выражение является всегда истинной формулой (представляет собой закон логики); то в последнем столбце получаем только истинные значения.

Основные понятия

Таблица истинности (семантическая таблица)

Сложное суждение

Дизъюнкция

Конъюнкция

Импликация

Эквивалентность

Логический квадрат

Закон коммутативности

Закон ассоциативности

Закон дистрибутивности

Закон двойного отрицания

Отрицание сложных суждений

Вопросы для размышления и самопроверки:

1. Что такое сложное суждение?
2. На какие виды делятся сложные суждения?
3. Охарактеризуйте логическую операцию отрицания сложного суждения.
4. В чем суть закона ассоциативности?
5. В чем суть закона дистрибутивности?
6. В чем суть закона коммутативности?